Les états de polarisation de la lumière

1 Rappels théoriques

1.1 Description d'une onde électromagnétique plane harmonique

Le champ électrique d'une onde plane harmonique en un point M au cours du temps est décrit par la relation suivante

$$\vec{E} = \vec{E_0} \cos\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi\right) \tag{1.1}$$

où $\vec{E_0}$ est l'amplitude du champ électrique ; ω est la pulsation, elle est reliée à la fréquence ν $(\nu = \omega/2\pi)$; $\vec{k}$ est le vecteur de propagation (vecteur d'onde), il est parallèle à la direction de propagation de l'onde et de norme $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$.

Le champ $\vec{E}$ est transversal: il vibre dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation, le plan d'onde : $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$. Généralement, on confond $\vec{k}$ avec l'un des axes du référentiel, par exemple *Oz.* Dans ce cas, $\vec{E}$ s'écrit :

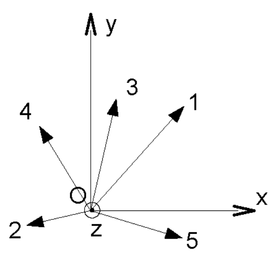
$$\vec{E} = \vec{E_0} \cos\left(\omega t - k\,z - \varphi\right)$$

Le terme *k z* avec le signe — traduit une propagation le long de l'axe *Oz* vers les *z* croissants. L'intensité lumineuse est mesurée par E_0^2

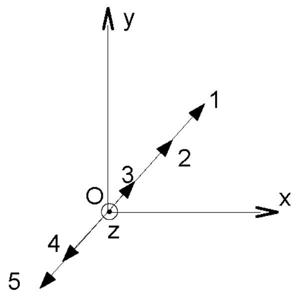
Remarque : Au vecteur $\vec{E}$ il faut y associer un champ magnétique $\vec{H}$ (d'où le nom d'onde électromagnétique). La théorie de l'électromagnétisme (équations de Maxwell) impose $\vec{H} \perp \vec{k}$ et $\vec{H} \perp \vec{E}$, le trièdre $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ étant direct.

1.2 Les différents états de polarisation de la lumière

L'état de polarisation d'une onde électromagnétique est défini à partir du champ électrique $\vec{E}$ associé à cette onde. Si on représente $\vec{E}$ dans le plan d'onde (plan transversal, perpendiculaire à $\vec{k}$) par des flèches à des instants successifs, plusieurs cas peuvent se présenter:



Cas 1: $\vec{E}$ n'a pas de direction privilégiée. L'onde est dite *non polarisée,* on parle également de *lumière naturelle.* L'extrémité de $\vec{E}$ se déplace de manière aléatoire dans le plan transversal. Ce cas correspond par exemple à la lumière émise par le soleil et arrivant au sommet de l'atmosphère.



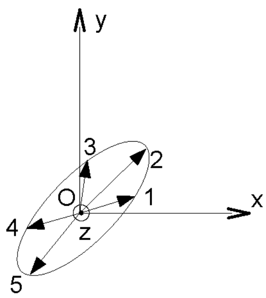
Cas 2: $\vec{E}$ reste le long d'une direction unique. On parle de vibration rectiligne ou *polarisation rectiligne.* La lumière est complètement polarisée. Soient, dans le cas d'une onde se propageant selon *Oz,* les composantes E_x et E_y du vecteur $\vec{E}$ dans le plan *xOy :*

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz - \varphi_x) \tag{1.2}$$

$$E_y = E_{0x} \cos(\omega t - kz - \varphi_y) \tag{1.3}$$

Dans le cas d'une polarisation rectiligne, on a $j_x = j_y$. Les deux composantes E_x et E_y vibrent en phase (elles s'annulent et passent par leurs extrema en même temps). Le rapport E_y/E_x est indépendant du temps. On appelle direction de polarisation l'angle *a* que fait *E* avec l'axe *Ox,* défini par

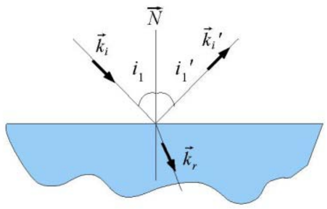
$$\tan\alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \tag{1.4}$$

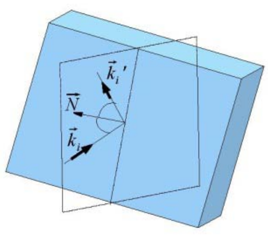


Cas 3: E décrit une ellipse. On parle de *polarisation elliptique.* Dans ce cas, la différence $\varphi_x - \varphi_y = \Phi$ n'est pas nulle et la polarisation de l'ellipse dans le plan *xOy* dépend de Φ. Si $\Phi = \frac{\pi}{2}$, cette ellipse admet *Ox* et *Oy* pour axes de symétrie, elle s'inscrit dans un rectangle de dimension $2E_{0x}$ et. $2E_{0y}$ Si $E_{0x} = E_{0y}$ l'ellipse devient un cercle et on a alors *une polarisation circulaire.*

1.3 Réflexion d'une onde électromagnétique plane sur un dioptre

Lorsqu'une onde électromagnétique plane arrive sur un dioptre plan séparant deux milieux d'indices n_1 et n_2, son vecteur *k* faisant avec la normale $\vec{N}$ au dioptre l'angle i_1 on constate qu'il y a un rayon partiellement réfléchi et un rayon réfracté. Ces 2 rayons obéissent bien sûr aux lois de Descartes : Les trois rayons appartiennent au même plan, le plan d'incidence $(\vec{k}, \vec{N})$ (1ère loi) ; le rayon réfléchi fait avec la normale l'angle $i_1' = i_1$ (2ème loi), le rayon réfracté fait un angle i_2 avec la normale tel que $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ (3ème loi). La théorie de l'électromagnétisme prévoit de plus l'amplitude des champs électriques et transmis (ou réfracté).





- Si le champ électrique incident $\vec{E}$ appartient au plan d'incidence $(\vec{k}, \vec{N})$, le champ électrique réfléchi est aussi dans ce plan et a une amplitude $E_{r//}$ telle que :

$$\frac{E_{r//}}{E_0} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} = r_{//} \tag{1.5}$$

- Si le champ électrique incident E est perpendiculaire au plan d'incidence $(\vec{k}, \vec{N})$, le champ électrique réfléchi a une amplitude $E_{r\perp}$ telle que

$$\frac{E_{r\perp}}{E_0} = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)} = r_\perp \tag{1.6}$$

Ces relations s'appellent relation de Fresnel et il en existe deux autres analogues pour les champs transmis. Les rapports $r_{//}$ et $r_{\perp}$ sont *les coefficients de réflexion.* Ils permettent de calculer *les facteurs de réflexion* : $R_{//} = r_{//}^2$ et $R_{\perp} = r_{\perp}^2$ qui atténuent l'intensité lumineuse, mesurée par le carré de l'amplitude du champ.

On peut remarquer que $r_{\perp}$ se s'annule jamais. L'onde dont le champ électrique $\vec{E}$ est perpendiculaire au plan d'incidence donne toujours naissance à une onde réfléchie.
En revanche, $r_{//}$ s'annule si $i_1 + i_2 = p/2$, c'est à dire si

$$\tan(i_1) = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (1.7)$$

en utilisant $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. Cette incidence particulière qui éteint $E_{r//}$ est appelée incidence de Brewster, l'angle i_1 est appelée l'angle de Brewster. L'onde électromagnétisme réfléchie est alors polarisée rectilignement, la direction de polarisation étant $\perp$ au plan d'incidence.

1.4 Notion de biréfringence - Lames cristallines

Un milieu matériel est dit anisotrope si ses propriétés (électriques, mécaniques ou optiques) dépendent de la direction dans laquelle un phénomène physique lui est appliqué. Ainsi en optique, dans un milieu anisotrope, la lumière ne se propage pas avec la même vitesse dans toutes les directions : cette vitesse, et donc l'indice de réfraction de ce milieu varie avec la direction de propagation. C'est la cas des milieux cristallins (quartz, mica, etc,...). Leur étude rigoureuse et complexe est sort du cadre de ce T.P. On donne dans la suite quelques principes utiles pour le T.P. en simplifiant au maximum.

Une lame cristalline anisotrope, taillée convenablement, présente deux directions particulières appelées *lignes neutres.* Ces lignes neutres sont perpendiculaires entre elles. Chacune correspond à un indice de réfraction différent : n_e pour l'une, n_o pour l'autre (les indices e et o sont liés ici aux qualificatifs *extraordinaire* et *ordinaire* donnés aux faisceaux réfractés). La quantité $\Delta n = n_e - n_o$ s'appelle *biréfringence* de la lame. Elle peut être positive ou négative. Puisque la vitesse de propagation (vitesse de phase) est reliée à l'indice de réfraction par $v = C/n$, la ligne neutre associée à l'indice le plus petit est aussi celle pour laquelle la propagation se fait le plus vite : on l'appelle *axe rapide.* L'autre s'appelle *axe lent.*

Lorsqu'une vibration polarisée rectilignement traverse une lame telle que $\vec{E}$ soit // à l'une ou l'autre des lignes neutres, celui-ci gardera cette direction et la vibration restera rectiligne.

- Si $\vec{E}$ est $//$ à l'axe qui porte n_o, le déphasage entre la vibration qui sort de la lame et celle qui y rentre est $\varphi_o = (2\pi/\lambda)n_o e,$ avec ***e*** l'épaisseur géométrique de la lame, $n_o e$ est le chemin optique.
  - Si $\vec{E}$ est $//$ à l'axe qui porte n_e, le déphasage est $\varphi_e = (2\pi/\lambda)n_e e.$
- Si $\vec{E}$ est quelconque par rapport aux lignes neutres, on peut projeter la vibration sur les deux axes, lent et rapide, de la lame. La vibration émergente a deux composantes déphasées entre elles de

$$\Phi = \varphi_e - \varphi_o = (2\pi/\lambda)e\Delta n. \qquad (1.8)$$

La vibration sera *elliptique* si $\Phi \neq 0$., *rectiligne* si $\Phi = 0$, $\Phi \subseteq (0; +\infty)$. Pour un cristal donné (Δn imposé), les valeurs de Φ dépendent de *e* et aussi de λ. Le déphasage Φ vaut

$\frac{\pi}{2} + 2\,\pi k,\ k \in \mathbb{N}$, quand l'épaisseur de la lame est *e = λ/(4Δn)*. On l'appelle *lame quart d'onde.* Elle transforme une onde électromagnétique incidente rectiligne en une onde polarisée elliptiquement, les axes de l'ellipse étant confondus avec les lignes neutres de la lame. Si les amplitudes des projections de *E* sur les axes sont identiques, cette ellipse est circulaire.

Quelques indices de matériaux biréfringents à λ ~ 590 nm.

Matériau	$\mathbf{n_o}$	$\mathbf{n_e}$	**Δn**
calcite $CaCO_3$	1.658	1.486	-0.172
glace H_2O	1.309	1.313	+0.014
quartz SiO_2	1.544	1.553	+0.009
mica, muscovite $KAl_2(AlSi_3O10)(F{\cdot}OH)_2$	1.563	1.596 ou 1.601	0.033 ou 0.038

2 Partie expérimentale

Vous disposez du matériel suivant :

- 3 sources de lumière : blanche et monochromatique au sodium, source laser
- 1 Photodétecteur
- 1 plaque de verre
- 2 polariseurs (plaque de polaroïd) montées sur un support rotatif gradué
- 1 lame cristalline (mince ou quart**z)**
- 1 lame quart d'onde
- 1 lentille convergente

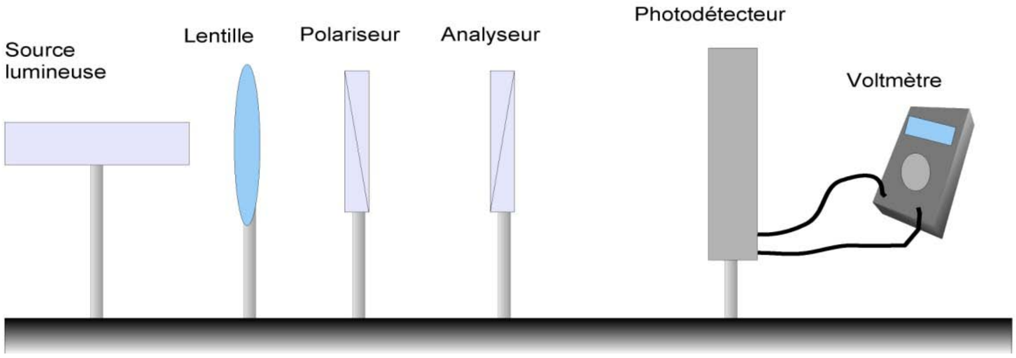
Les plaques de polaroïd ont la propriété de filtrer la direction des champs $\vec{E}$ qui les traversent : si une onde électromagnétique dont le champ $\vec{E}$ présente toutes les directions (lumière naturelle ou elliptique) traverse un polaroïd, seule en sortira une onde dont le champ *E* est parallèle à une direction particulière imposée par la plaque : l'onde émergente est alors polarisée rectilignement. Une des plaques disponibles, qui sert à faire une polarisation rectiligne, est appelée *polariseur* ; l'autre, qui sert à faire l'analyse d'une onde électromagnétique donnée, est appelée *analyseur.*

2.1 Etude de la loi de Malus

Si la direction de l'analyseur A fait un angle *a* avec celle du polariseur P, la vibration rectiligne issue du polariseur, dont le champ $\vec{E}$ a l'amplitude E_0 va sortir de l'analyseur en une vibration rectiligne dont le champ a l'amplitude $E_0 \cos\alpha$ (projection de $\vec{E}$ sur la direction de l'analyseur). L'intensité *I* correspondante varie en $\cos^2\alpha$ et sera nulle si *a* =

$\pi/2$. Les polariseurs et analyseurs sont alors croisés. D'une manière plus générale, l'intensité transmise est donnée par la loi de Malus :

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \tag{1.9}$$



La source lumineuse est une lampe blanche, une lampe à vapeur de Sodium. Réalisez un faisceau de lumière parallèle en plaçant la source lumineuse dans le plan focal d'une lentille convergente intercalée avant le polariseur. Pour différents angles α entre le polariseur et l'analyseur (le deuxième polariseur), mesurez la tension V fournie par le photodétecteur. Cette tension est proportionnelle à l'intensité lumineuse reçue (attention à la saturation du détecteur!).

Tracez $V = f(\cos^2 \alpha)$ avec les barres des erreurs.

Est-ce que cette courbe passe par zéro? Expliquer pourquoi.

Conclure.

2.2 Etat de polarisation de la lumière issue de différentes sources lumineuses

Dans le montage précédent, supprimer le polariseur. Relever la tension pour différents angles. Que peut-on dire de la source lumineuse à incandescence utilisée (l'état de polarisation)? Réaliser la même étude pour une lampe à vapeur de sodium. Conclusion ? Enfin faire la même étude avec la source laser (la lentille peut être utilisée pour disperser le faisceau). Conclusion ?

2.3 Analyse d'une vibration

Lignes neutres d'une lame mince ou quartz cristalline

Placez sur le banc la lampe monochromatique, le polariseur P puis l'analyseur A. Donner à P une direction de polarisation horizontale et tournez A pour avoir l'extinction sur l'écran.

1. Placez la lame cristalline L entre P et A. On observe de nouveau de la lumière sortant de A : c'est donc que la vibration sortant de A n'a plus la même direction. Faites tourner A et observez l'intensité lumineuse (un tour complet, on peut se servir du photodétecteur). Que remarque t-on? Quel est l'état de polarisation de la lumière après la lame ?

2. Enlevez la lame cristalline L pour recroiser P et A puis replacez la et faites la tourner sur son axe : Qu'observe-t-on ? Peut-on obtenir extinction après l'analyseur ? Pour quelle (s) position(s) de la lame? A quoi correspond(ent) cette (ces) position(s) ? Expliquez les résultats.

Lame $\lambda/4$

En partant du précédent montage (polariseur et analyseur croisés), remplacez la lame cristalline L par la lame $\lambda/4$. Faites tourner celle-ci pour repérer l'une de ces lignes neutres (obtenir l'extinction), puis tournez le polariseur de 45°. Cette opération a pour but d'envoyer sur la lame $\lambda/4$ une vibration rectiligne à 45° dont les projections sur les deux lignes neutres sont égales. A la sortie de la lame, les projections de $\vec{E}$ sur les lignes neutres auront des amplitudes égales, mais l'une d'elles sera avancée de $\Phi = \pi/2$. L'onde électromagnétique émergente sera donc circulaire. Vérifiez l'état de polarisation de l'onde. Décrire la méthode et le résultat.

Mesure du déphasage Φ introduit par la lame mince/quartz

1. Mode opératoire

- Conserver la lampe au sodium. Croiser l'analyseur et le polariseur de manière à obtenir l'extinction. On donnera à P la direction horizontale.
- Intercaler la lame $\lambda/4$ et retrouver ses lignes neutres en la faisant tourner sur son axe.
- Otez alors la lame, sans dérégler son orientation.
- La remplacer par la lame mince L, retrouver rapidement ses lignes neutres et tourner ensuite de 45° la lame, de manière à avoir la vibration incidente à 45° de ses lignes neutres.
- Ajouter alors la lame $\lambda/4$ entre L et A. On observe de la lumière après l'analyseur.
- Tourner l'analyseur A délicatement, soit dans un sens soit dans un autre, pour observer une diminution de l'éclairement. Rechercher la position de A qui donne un éclairement minimum pratiquement nul.
- Mesurer l'angle α dont a tourné l'analyseur A, depuis sa direction initiale jusqu'à celle qui a donné l'extinction.

2. Interprétation

L'onde électromagnétique, après avoir traversé la lame, est polarisée elliptiquement, les deux composantes de son champ électrique étant déphasées de Φ. La lame $\lambda/4$ transforme cette onde en une onde polarisée rectilignement, mais dont le champ électrique fait un angle α avec l'horizontale, direction de polarisation initiale (avant la lame) de l'onde. Il faut donc tourner A du même angle a pour retrouver l'extinction. L'angle α dont a tourné la polarisation correspond à la moitié du déphasage Φ entre les deux composantes introduit par la lame (cf. annexe) :

$$\Phi = 2\pi k + 2\alpha, k \in \mathbb{N} \qquad (1.10)$$

Attention, nous pouvons déterminer Φ qu'avec la constante $2\pi k$ près, k c'est un numéro entier.

Sachant que le déphasage introduit par la lame est proportionnel à la biréfringence Δn (Eq. 1.7), et sachant que la lame à une épaisseur de

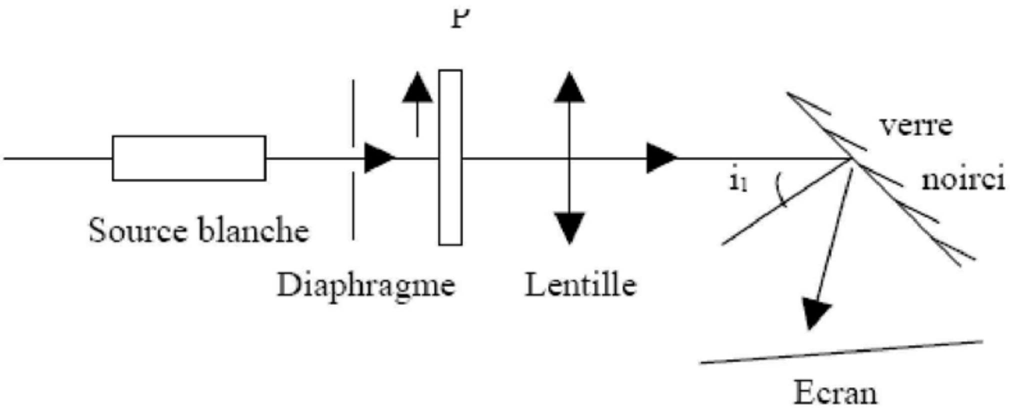
e = 30 µm (à Dunkerque c’est un quartz) ou

e = 50 µm (à Calais c’est un mica)

et la longueur d'onde Å la lampe au sodium est λ = 5893 Å, déterminer la biréfringence de la lame cristalline.

2.4 Vérification de la loi de Brewster

Montage expérimental



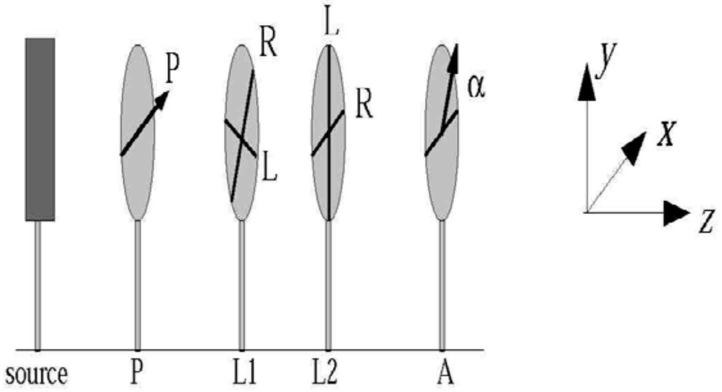
Le schéma est une vue de dessus. Le plan de la feuille est le plan d’incidence et la direction du polariseur doit donc être dans ce plan pour envoyer sur le verre une onde électromagnétique dont le champ est parallèle au plan d’incidence. Observez l’intensité lumineuse réfléchie sur un écran.

La source et le polariseur étant fixes, tournez la plaque de verre pour faire varier i_1 et suivre la tâche sur l’écran. Remarquez la variation de son éclat. Recherchez le minimum qui doit être quasiment nul, sinon retouchez légèrement l’orientation du polariseur (par itérations successives). Mesurez l’angle de Brewster i_1. En déduire la valeur de l'indice de réfraction du verre. Estimer l’erreur de cette valeur.

1.3 Annexe: Mesure du déphasage Φ introduit par une lame mince

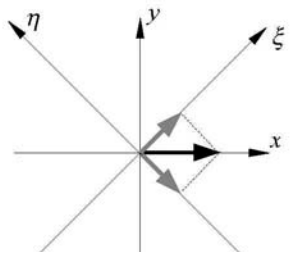
On place sur un banc optique les éléments suivants :

- une source de lumière monochromatique
- un polariseur dont la direction est horizontale (// à *Ox)*
- une lame cristalline Ll dont les lignes neutres sont à 45° de P. (L et R désigne les axes respectivement lent et rapide).
- une lame L2 quart d'onde pour la radiation utilisée. L'axe rapide est // à *Ox.*
- un analyseur A faisant l'angle *a* avec l'axe *Ox*



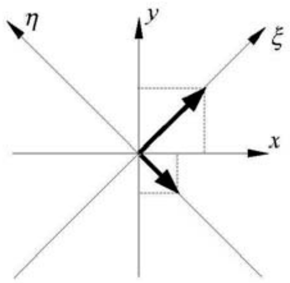
Calculons les composantes du champ électrique.
Après le polariseur :

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = 0 \end{cases}$$



soit à l'entrée de la lame, après projection sur les axes rapide *(Oξ)* et lent *(Oη)* de la lame :

$$\begin{cases} E_\xi = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \\ E_\eta = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \end{cases}$$



Après la lame biréfringente

$$\begin{cases} E_\xi = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \Phi) \\ E_\eta = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \end{cases}$$

soit, en projetant sur les axes *Ox* et *Oy :*

$$\begin{cases} E_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_\xi - E_\eta) = \frac{E_0}{2}\left[\cos(\omega t + \Phi) + \cos(\omega t)\right] = E_0 \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\Phi}{2}\right) \\ E_y = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_\xi + E_\eta) = \frac{E_0}{2}\left[\cos(\omega t + \Phi) - \cos(\omega t)\right] = -E_0 \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\Phi}{2}\right) \end{cases}$$

Après la lame λ/4

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\Phi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -E_0 \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\Phi}{2}\right) \\ E_y = -E_0 \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\Phi}{2}\right) \end{cases}$$

L'étude de la vibration émergente montre que le rapport E_y/E_x est constant au cours du temps :

$$\frac{E_y}{E_x} = \tan\frac{\Phi}{2} = \tan\left(\frac{\Phi}{2}\right) \ \forall\, t$$

La vibration qui sort de la lame λ/4 est donc rectiligne, son champ *E* fait ici un angle Φ/2 avec *Ox*. Il faut donc tourner l'analyseur de *a* = Φ/2 pour rétablir l'extinction totale du faisceau.