Les interférences

1 Généralités

Le phénomène d'interférence ne s'explique qu'en considérant la lumière comme une onde. Ces ondes, dont l'origine est décrite par la théorie de Maxwell, sont de nature électromagnétique. Elles correspondent à la vibration d'un champ électrique et magnétique dans un plan, perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Pour décrire le phénomène d'interférence, seuls la connaissance des champs électriques de chacunes des ondes qui interfèrent est nécessaire.

2 Principe et théorie générale

Pour les ondes monochromatiques, il est possible de définir une fréquence ν, une pulsation $\omega = 2\pi\nu$ et une longueur d'onde $\lambda = V/\nu$ à partir de laquelle on définit le nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$. V est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu. Pour un milieu d'indice de réfraction n, $V = c/n$. c est la célérité de la lumière dans le vide, et vaut 3 10^8 m/s.

2.1 Interférences à deux ondes

Définitions

Soit deux sources ponctuelles S_1 et S_2 émettant respectivement les vibrations $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ monochromatiques de même pulsation ω.

Les sources sont dites *cohérentes* si la différence de phase φ entre elles se maintient constante au court du temps :

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_1^0 \cos(\omega t) \qquad (3.1)$$
$$\vec{E}_2 = \vec{E}_2^0 \cos(\omega t - \phi) \qquad (3.2)$$

Les sources sont *synchrones* si les vibrations sont émissent sans différence de phase, φ=0:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_1^0 \cos(\omega t) \qquad (3.3)$$
$$\vec{E}_2 = \vec{E}_2^0 \cos(\omega t) \qquad (3.4)$$

Si les sources n'ont pas la même fréquence, ou si la différence de phase φ varie avec le temps, les sources sont dites *incohérentes*.

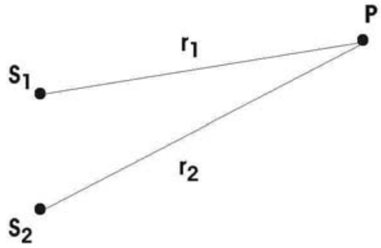
Superposition de deux vibrations cohérentes

Au point P, le champ électrique s'écrit

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

avec

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_1^0 \cos(\omega(t - t''))$$
$$\vec{E}_2 = \vec{E}_2^0 \cos(\omega(t - t'') - \phi)$$



t' et t'' correspondent aux temps mis par l'onde issue de S_1 et S_2 respectivement pour atteindre P. On $a\ t = \frac{r_1}{V} = \frac{nr_1}{c}$. En définissant $k = \frac{\omega}{V}$ et en réalisant le même raisonnement pour t'', on a

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_1^0 \cos(\omega t - kr_1)$$
$$\vec{E}_2 = \vec{E}_2^0 \cos(\omega t - kr_2 - \phi)$$

Puisque les fréquences sont de l'ordre de 10^{14} Hz, l'intensité de la résultante de ces deux vibrations est directement mesurable et correspond à la valeur moyenne :

$$I = <(\vec{E})^2> = <(\vec{E}_1+\vec{E}_2)^2>$$

$$= <(\vec{E}_1)^2> + <(\vec{E}_2)^2> + 2<(\vec{E}_1.\vec{E}_2)>$$

$$= \quad I_1 \quad + \quad I_2 \quad + \quad I_{12} \quad ; \qquad I_1 = \frac{E_{10}^2}{2} \text{ et } I_2 = \frac{E_{20}^2}{2}$$

- si $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$: pas de phénomène d'interférence

$$-\text{ si } \vec{E}_1 // \vec{E}_2 : \qquad \vec{E}_1\vec{E}_2 = E_1E_2 = E_{10}E_{20}\cos(\omega t-\varphi_1)\cos(\omega t-\varphi_2-\phi)\cos(\alpha)$$

avec $\alpha = 0, \varphi_1 = kr_1 et\ \varphi_2 = kr_2$.

$$<(\vec{E}_1\vec{E}_2)> = \frac{E_{10}E_{20}}{2}\left[\underbrace{<\cos[2\omega t-(\varphi_1+\varphi_2+\phi)]>}_{=0} + <\cos[\varphi_1-(\varphi_2+\phi)]>\right], \qquad (3.5)$$

sachant que $\cos a \cos b = [\cos(a+b)+\cos(a-b)]/2$ et que la valeur moyenne d'un signal *s(t)* de période T s'écrit $\langle s(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt$ et remarquant que la valeur moyenne d'un cosinus au carrée vaut 1/2.

Donc :

$$I = I_1+I_2+E_{10}E_{20}\cos(\varphi_1-(\varphi_2+\phi)) = I_1+I_2+\underbrace{2\sqrt{I_1I_2}\cos\varphi}_{terme\ d'interference} \qquad (3.6)$$

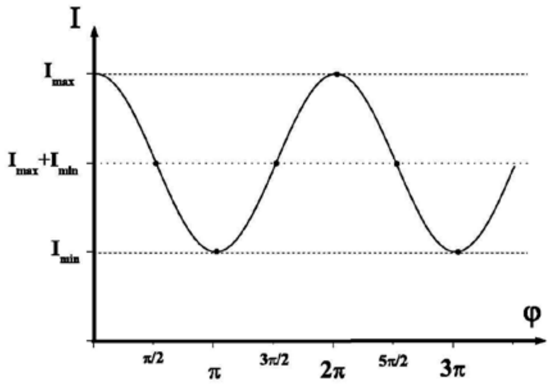
avec

$$\varphi = \varphi_1-(\varphi_2+\phi) \qquad (3.7)$$

Remarque : si ϕ varie avec le temps, les sources sont dites incohérentes ; et si φ varie aléatoirement avec les temps alors la valeur moyenne de $\langle\cos(\varphi)\rangle = 0$.

- si I > I1 + I2, l'interférence est constructive
- si $I < I_1 + I_2$, l'interférence est destructive
- $I = I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}$, si $\varphi = 2n\pi$,
- $I = I_{max} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}$, si $\varphi = (2n+1)\pi$
- si $\varphi = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, alors $I = I_1 + I_2$ et donc pas d'interférence
- si $I_1 = I_2 = I_0$, $E_{10} = E_{20}$

$$I = 2I_0 + 2\sqrt{I_0^2}\cos\varphi \quad = 2I_0 + 2I_0\cos\varphi = 2I_0(1+\cos\varphi) = 4I_0\cos^2\frac{\varphi}{2}$$

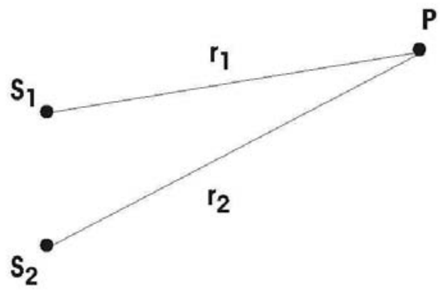


On définit le contraste comme le rapport

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Idéalement, I_{min} vaut 0 est le contraste vaut 1.

Source synchrone $\phi = 0$



L'équation 3.7 devient donc :

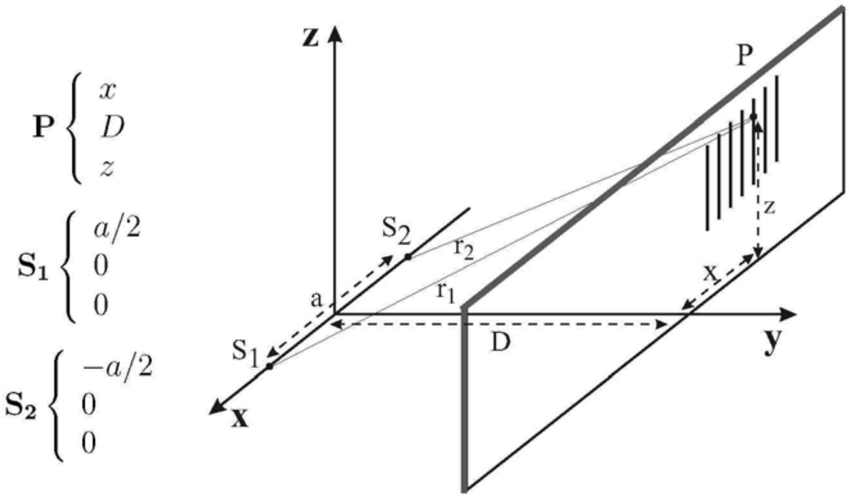
$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi\delta}{\lambda}, \qquad (3.8)$$

avec $\delta = |r_1 - r_2|$, appelé différence de marche.

et par conséquent l'expression de l'intensité pour des sources synchrones sera donnée par :

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi\delta}{\lambda} \qquad (3.9)$$

Qu'observe t-on lorsqu'on place un écran à une distance D des deux sources:



$S_1S_2 = a << D$; x et $z << D$

La différence de marche δ est donnée par :

$$\delta = |S_1P - S_2P| \qquad (3.10)$$

avec

$$S_1P = \left[\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2\right]^{1/2} \qquad (3.11)$$

$$S_2P = \left[\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2\right]^{1/2} \qquad (3.12)$$

En remplaçant dans l'équation 3.10, et en effectuant un développement limité il vient

$$\boxed{\delta = \frac{ax}{D}} \qquad (3.13)$$

Position des extrema d'intensité

L'intensité donnée par l'équation 3.9 peut avoir deux extrema :

- Maximum :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\pi\delta}{\lambda} = n\pi \Rightarrow \delta = n\lambda \\ \text{et} \qquad \delta = \frac{ax}{D} \end{array} \right\} \longrightarrow n\lambda = \frac{ax}{D} \Rightarrow \boxed{x_{max} = \frac{n\lambda D}{a}}$$

- Minimum :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\pi\delta}{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \\ \text{et} \qquad \delta = \frac{ax}{D} \end{array} \right\} \longrightarrow (2n+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{ax}{D} \Rightarrow \boxed{x_{min} = \frac{(2n+1)\lambda D}{2a}}$$

Interfrange *i*

On appelle interfrange *i* la distance entre deux points de même intensité ou deux franges consécutives de même nature c'est-à-dire correspondant à la même valeur de I.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 = n\lambda = \frac{ax_1}{D} \\ \delta_2 = (n+1)\lambda = \frac{ax_2}{D} \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{i = x_2 - x_1 = \frac{\lambda D}{a}}$$

Ordre d'interférence

L'ordre d'interférence p est défini par :

$$\boxed{p = \frac{\delta}{\lambda}} \qquad (3.14)$$

La variation de *p* d'une unité correspond à la variation de *x* égale à l'interfrange.

$$p = \frac{ax}{\lambda D} = \frac{x}{i} \qquad (3.15)$$

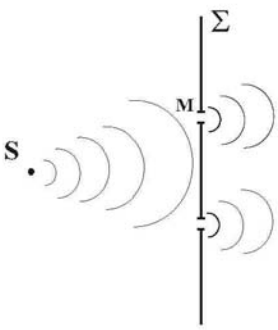
- Maximum : $\delta = n\lambda$ — franges brillantes => $\delta/\lambda = n = p$ (entier)
- Minimum : $\delta = (2n + 1)\lambda$ — franges sombres => $\delta/\lambda = (2n+1)/2 = p$ (1/2 entier)

2.2 Dispositifs interférentiels

La lampe spectrale ordinaire à vapeur de sodium est incohérente du fait qu'il y a un grand nombre d'atomes mis en jeu dans la source et qui n'oscillent pas en phase. Plusieurs dispositifs ont été imaginés pour contourner cette difficulté et produire des faisceaux de lumière cohérente basés sur :

- la division du front d'onde primaire
- la séparation d'amplitude par des films minces

Division du front d'onde



Cette méthode permet de créer des sources secondaires S_1 et S_2 cohérentes parce qu'elle sont issues d'une même source.

Un des montages classiques est celui des fentes de Young (détaillé plus haut). L'état des vibrations de ces sources est défini par le principe de Huygens-Fresnel qui stipule que chaque point *M* d'une surface Σ atteint par la lumière peut être considéré comme une source secondaire émettant une onde sphérique.

Il existe de nombreux montages qui permettent d'obtenir des interférences par division de front d'onde. Citons entre autres, les Miroirs de Fresnel, les Miroirs de Lloyd, les Bilentilles de Billet et de Meslin.

Division d'amplitude

Une autre méthode pour obtenir des interférences à diviser en amplitude un faisceau issue d'une source étendue. On montre alors que les franges sont alors localisées. Les interférences sont alors obtenues à l'aide d'une lame mince, ou de dispositif plus complexe comme l'interféromètre de Michelson ; Ce type de dispositif ne sera pas traité dans le cadre de ce TP.

3 Manipulations

3.1 Fentes de Young

Dans un premier temps, on se propose de réaliser un montage simple permettant d'obtenir des interférences à partir d'une lampe spectrale ou à incandescence. Sur un banc, placez successivement une fente source réglable, une double fente de Young et un oculaire. Eclairez alors la fente source avec la lampe à vapeur de sodium. Décrire la répartition d'éclairement observée dans l'oculaire.

A. Quelle est l'influence de la largeur de la fente source sur la figure d'interférence? Observez également l'influence de la rotation de la fente source. Conclusion ?

B. Comment varie la figure d'interférence si nous augmentons (doublons, par exemple) la distance entre la double fente de Young et l'oculaire ?

C. Éclairez maintenant, sans éteindre la lampe à vapeur de sodium (laquelle nous allons utiliser plus tard), la fente à l'aide d'une source blanche. Qu'observe-t-on ? Pouvez-vous l'expliquer ?

D. Conclure quand nous pouvons observer l'interférence, et de quoi cela dépend.

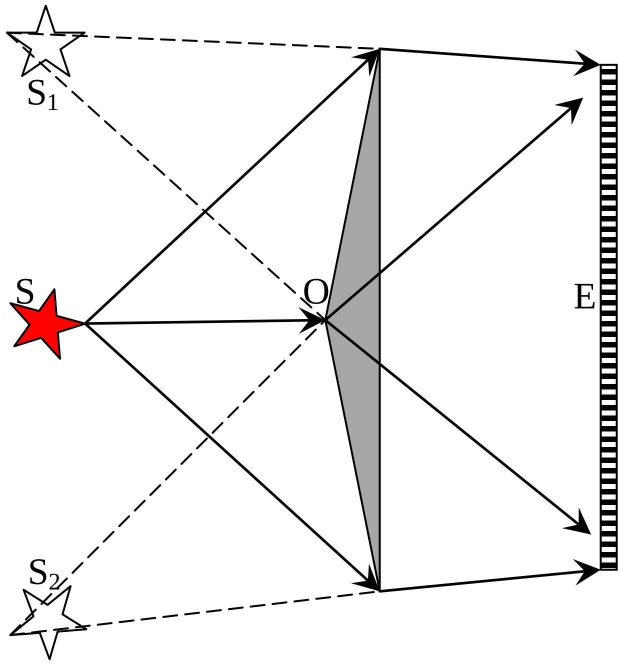
3.2 Biprisme de Fresnel

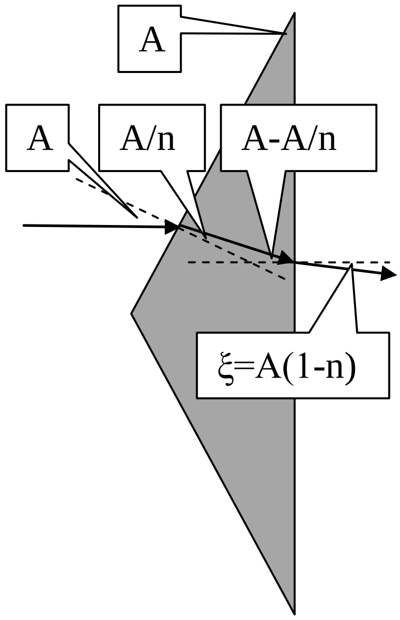
On se propose d'étudier la figure d'interférence obtenue à l'aide d'un biprisme, constitué de deux prismes d'indice de réfraction *n*, collés par la base, avec un angle au sommet *A* très faible. On peut considérer que chaque rayon est dévié d'un angle $\xi = (n - 1)A$, voir l'image ci-dessous. L'objectif ici sera de déduire l'angle *A* de ce biprisme à partir de la mesure de l'interfrange.

A. Exprimez la distance *a* entre les deux sources imaginaires S_1 et S_2 et montrez que l'interfrange est donné par

$$i = \frac{\lambda SE}{2SO(n-1)A}$$

(astuce: considérer les rayons horizontale qui entre dans la biprisme).





B. On utilise comme source lumineuse une fente fine éclairée S par une lampe à vapeur de sodium et le biprisme. Chaque point de cette fente peut être considéré comme un point source donnant chacun un phénomène d'interférence. Les franges seront visibles à condition que les systèmes de franges se superposent exactement. Nous utilisons un viseur muni d'un réticule de façon à permettre des mesures précises (1 graduation du tambour correspond à un déplacement du réticule de l/100ième ou l/10ième de mm, à vérifier !).

C. Augmentez la largeur de la fente. Décrire le phénomène observé. Modifiez la position du viseur (éloignez ou rapprochez-le). Que remarque t-on? Expliquez.

N.B. Nous voyons, que la fente doit être suffisamment fine et rigoureusement parallèle à l'arête du prisme. Par ailleurs, une étude des phénomènes de diffraction montre que la visibilité des franges dépend de la finesse de la fente (voir T.P. diffraction)

D. . Réaliser le montage et les réglages pour obtenir des franges nettes avec le meilleur contraste possible. Préciser les valeurs de SE, SO. Quelle est la précision sur SE et sur SO?

E. Réaliser N=10 mesures (6 au moins) de Nb interfranges. Chaque étudiant du groupe en fera au moins trois. Représenter les résultats dans un tableau :

X_0 (mm)	X_F (mm)	ΔX(mm)	Nb (=5)	i (mm)	$i - \bar{i}$ (mm)

avec X_0 : abscisse de départ du réticule ; X_F : abscisse d'arrivée du réticule ; ΔX : déplacement du réticule ; Nb : nombre de franges correspondant à ΔX ; i : l'interfrange ; $i - \bar{i}$: écart par rapport à la moyenne. Les définitions de moyenne et de l'écart type sont :

$$\bar{i} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} i_k$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}(\bar{i} - i_k)^2}$$

Pour une limite de confiance à 90%, on retiendra une valeur de l'incertitude $\Delta i = 2\sigma_i$.

N.B. Nous supposons que nos mesures sont indépendantes avec la distribution normale.

F. A partir de la valeur de *i* trouvée précédemment, déduire la valeur de *A*. Evaluez l'incertitude ΔA sur cette valeur.

G. Remplacez la lampe à vapeur de sodium par une lampe de lumière blanche puis (s’il y a) par une lampe à vapeur de mercure (l’autre lampe monochromatique). Décrire précisément la figure d'interférence. Pourquoi on observe les couleurs différents?

H. En fait, la lampe à vapeur de sodium est constituée de deux longueurs d'onde : λ_1 = 589,0 nm et λ_2 = 589,6nm. Les interfranges i_1 e i_2 sont donc différents et lorsque les minima d'une longueur d'onde coïncident avec les maxima de l'autre, il n'est plus possible de distinguer les franges : Calculer le nombre de franges visibles avant que cette situation se produise. Quelle influence cela a-t-il sur les résultats précédents ?

3.3 Etude en lumière parallèle

En intercalant une lentille convergente entre la fente source S et le biprisme, il est possible d’observer les franges d’interférences produites par deux faisceaux de lumière parallèle. Notre but c'est de définir toujours le valeur d'angle *A* de biprisme à partir d'interfrange *i* obtenu par la lumière parallèle.

A. Dessiner le schéma correspondant au montage. Préciser la position de la lentille. Réaliser le montage correspondant (par autocollimation) .

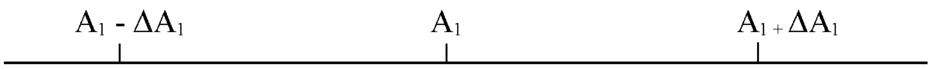
B. Observer qualitativement ce qui se passe lorsqu’on fait varier la distance entre le biprisme et le viseur: interpréter. Dépend l'interfrange de la position du viseur?

C. Retrouver la valeur théorique de l'interfrange.

D. Mesurer l’interfrange, comparer avec la valeur théorique et en déduire l’angle *A* du biprisme et l’erreur ΔA.

3.4 Comparaison

Comparer les 2 valeurs de *A* obtenues. On représentera sur une axe horizontal les 2 valeurs de A affectées de leur incertitude (comme ci-dessous).



On déterminera la zone commune, l’incertitude sur *A* soit ΔA et la valeur de *A*. Conclusion?