Expérience de Clément – Désormes

Buts du TP :

1) Etude d'une transformation adiabatique
2) Détermination de la constante γ des thermodynamiciens pour l'air
3) Comparer les méthodes différentes d'estimation des erreurs

A – Détentes (ou compressions) isothermes et adiabatiques

1 – Relativement à une unité de masse, un gaz parfait satisfait, par définition, à l'équation d'état

$$\frac{PV}{T} = r = \text{constante} \qquad (1)$$

où P est la pression, V le volume de l'unité de masse, T la température.

Une détente ***isotherme*** (à température constante), réversible, suit donc la loi

$$PV = \text{constante} = C_0 \qquad (2)$$

En revanche, une détente adiabatique (sans échange de chaleur avec l'extérieur), réversible, suit la loi

$$PV^{\gamma} = \text{constante} = C_{\gamma}\,. \qquad (3)$$

On constate en effet que lors d'une détente adiabatique la température T diminue.

2 – Sur un diagramme de Clapeyron (P,V) l'état d'une certaine masse de gaz à la température T est représenté par un point M. Lors d'une légère détente qui se traduit par une augmentation de volume ΔV :

- le point M vient en N si la détente est isotherme
- il vient en N' si la détente est adiabatique

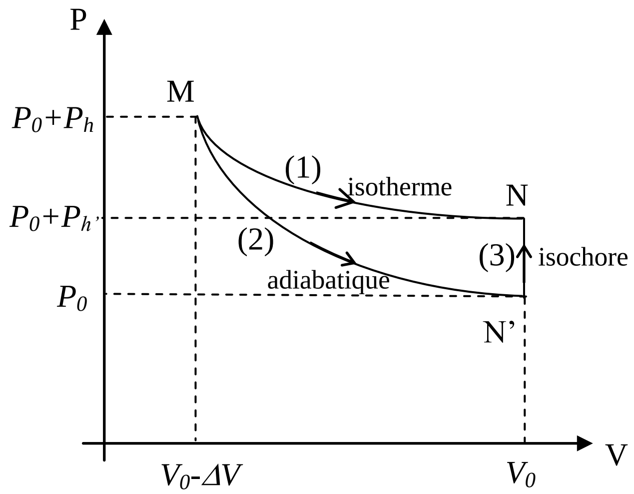


Figure 1.

3 – On peut utiliser le fait que ces pentes sont différentes pour obtenir la valeur de γ. De façon générale, on montre que (cf. annexe) :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_Q = \gamma\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \tag{4}$$

où les indices Q et T indiquent que les dérivations sont prises respectivement pour une transformation adiabatique (Q) et pour une transformation isotherme (T). On peut facilement démontrer la relation (4) dans le cas particulier du gaz parfait. En effet, pour les deux types de transformations, en M, on a la même pression (P_0+P_h) et le même volume V_0 ce qui permet de déterminer les valeurs des constantes V_0 et C_γ.

$$(P_0 + P_h)V_0 = C_0 \text{ et } (P_0 + P_h)V_0^\gamma = C_\gamma$$

donc $\quad C_\gamma / C_0 = V_0^{\gamma-1}$

Pour la détente isotherme : $\quad P = C_0 / V_0 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V_0}\right)_T = -\frac{C_0}{V_0^2}$

Pour la détente adiabatique : $\quad P = C_\gamma / V_0^\gamma \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V_0}\right)_Q = -\frac{\gamma C_\gamma}{V_0^{\gamma+1}}$

d'où la relation (4). Si ΔV est petit, nous obtenons (voir Fig. 1) :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V_0}\right)_T \approx \left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right)_{(1)} = \frac{P_0+P_{h'} - (P_0+P_h)}{\Delta V} = \frac{P_h - P_{h'}}{\Delta V}, \text{ et}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V_0}\right)_Q \approx \left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right)_{(2)} = \frac{P_0 - (P_0+P_h)}{\Delta V} = \frac{-P_h}{\Delta V}.$$

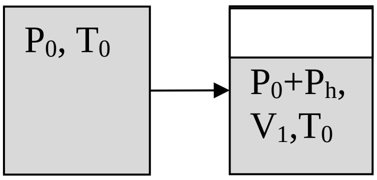
Car P_h est proportionnelle à h ($P_h \sim h$, principe de Pascal) et en prenant en considération (4) nous obtenons:

$$\gamma = \left(\frac{\partial P}{\partial V_0}\right)_Q / \left(\frac{\partial P}{\partial V_0}\right)_T = \frac{h}{h-h'}. \tag{5}$$

B – Expérience de Clément-Désormes (Détermination de γ)

Nous effectuons le procès présenté sur un diagramme de Clapeyron (P,V) (voir la figure 2).

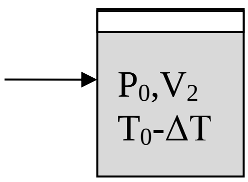
1. Compression isotherme:



Un ballon de verre, d'une capacité de plusieurs dizaines de litres, contient de l'air à la température ambiante, que l'on a amené à une pression légèrement supérieure à la pression atmosphérique P_0. La surpression h est mesurée en hauteur d'eau à l'aide d'un manomètre à air libre.

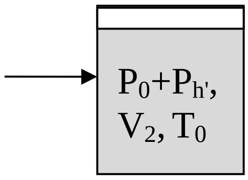
N.B. En réalité on remplace (1) la compression isotherme par (1') la compression rapide et le refroidissement isochore (nous attendons âpres le compression)

2. Détente adiabatique:



On ouvre brusquement le robinet R : un peu d'air s'échappe du ballon. Cette brusque détente est adiabatique (on la suppose réversible) : La dénivellation s'annule dans le manomètre. On ferme alors le robinet. Cette détente a refroidi l'air contenu dans le ballon.

3. Processus isochore:



On le laisse réchauffer quelques minutes jusqu'à la température initiale. Le volume étant constant, la pression augmente à l'intérieur du ballon et le niveau dans le manomètre remonte d'une hauteur h'

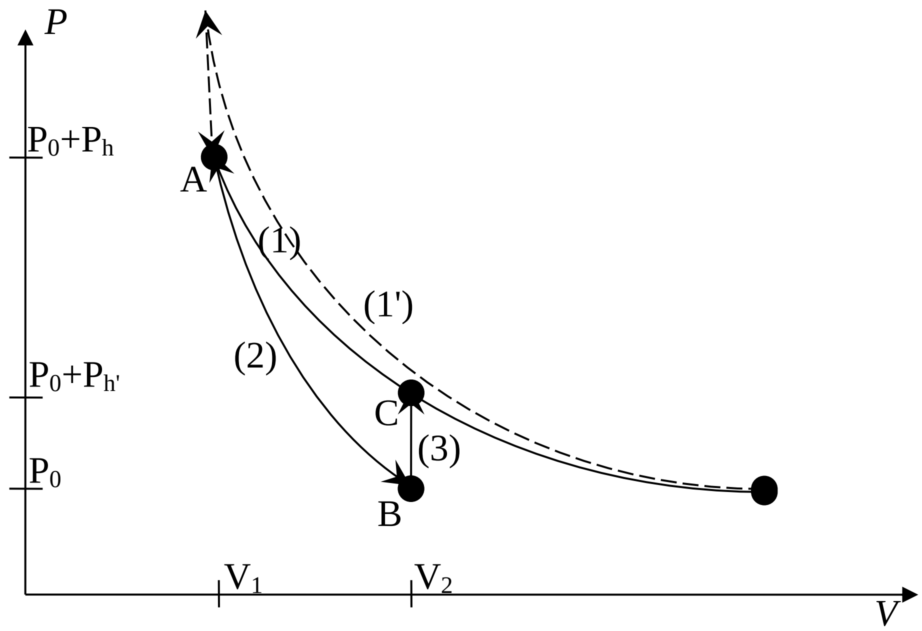


Figure 2.

C – Manipulation, traitement des résultats et les questions théoriques.

- Obtention et lecture de la surpression h : tourner le robinet pour mettre en communication la bonbonne et la poire. Comprimer l'air par quelques pressions. Isoler ensuite la bonbonne en fermant le robinet. Il faut attendre environ 2 mn 30 s avant de lire la surpression h. En effet, la compression de l'air s'est accompagnée d'une légère augmentation de température et il est nécessaire d'attendre que la température reprenne sa valeur initiale T_0 (point A, courbe 1' sur la Fig. 2).
- Détente adiabatique (courbe 2): en tirant vers le haut le bouton surmontant l'appareil, ouvrir la soupape, puis relâcher aussitôt (nous arrivons à B). La détente doit être rapide pour être adiabatique.
- Echauffement isochore (courbe 3 sur la Fig. 2) : la pression et la température de l'air augmentent lentement : attendre 2 mn 30 s que la température ait atteint sa valeur initiale T_0 (point C). Vous noterez que le manomètre n'étant pas gradué sur toute sa hauteur, vous ne pouvez mesurer directement les surpressions h et h' mais que vous repérez les différents niveaux z_0, z et z' comme indiqué sur le schéma (voir Fig. 3):

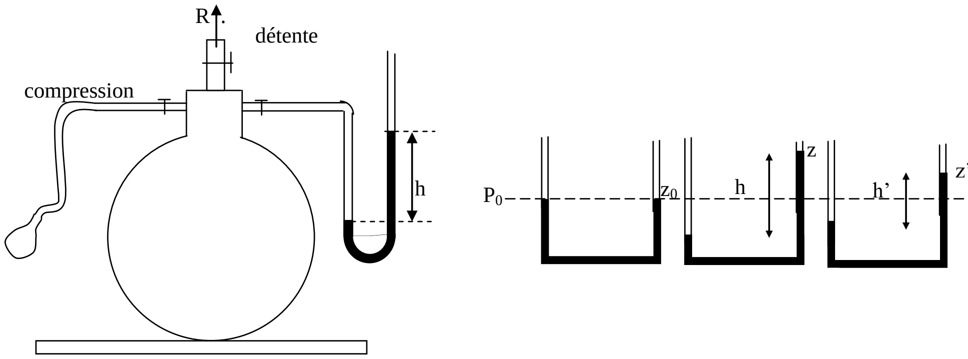


Figure 3

1) Exprimer γ en fonction de z_0, z, z'
2) Faire $N \geq 5$ mesures de γ.

   En déduire $\bar{\gamma}$ (le moyenne) et l'écart-type Δγ. On rappelle que $\Delta\gamma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\gamma_i - \bar{\gamma}\right)^2}$.
3) Pour une valeur de γ proche de la valeur $\bar{\gamma}$, évaluer l'incertitude Δγ' due aux erreurs de lecture (en fonction des incertitudes Δz = Δz' =Δ z_0 du niveau d'eau), par le méthode de propagation des erreurs. Comparer le valeur Δγ, obtenu par la méthode statistique, et Δγ', obtenu par la méthode analytique. Conclusions ?
4) Vérifier que la valeur de γ obtenu correspond à la référence au Internet.

   Mettre la bonbonne en communication avec l'atmosphère en fin de manipulation.

5) On constate en effet que lors d'une détente adiabatique la température T diminue : Que peut-on en déduire quant à la valeur numérique de γ ? (Montrer théoriquement que γ est supérieur à 1, vous pouvez utiliser le principe de la conservation d'énergie). Comment expliquez-vous la différence de pente de l'isotherme et de l'adiabatique en M sur Fig. 1 ?
6) Trouver et prouver la formule qui se lier la différence des niveaux d'eau *h* [m], avec pression P_h, [Pa] (principe de Pascal).
7) Connaissant γ, *h* et *h'* évaluer théoriquement l'abaissement de la température qui a accompagné la détente. Pour cela, on considèrera l'équation d'état de l'air, supposé comme gaz parfait.

ANNEXE – Etude théorique de la transformation adiabatique

La variation de l'énergie interne d'un système, lors d'une transformation d'état, dépend essentiellement de la nature de cette transformation. La transformation peut acquérir un caractère particulier lorsque l'une des variables d'état reste constante pendant l'évolution du système. Vous avez déjà rencontré la notion de transformation :

- Isochore (à volume constant)
- Isobare (à pression constante)
- Isotherme (à température constante).

Nous étudions ici la cas d'une transformation lors de laquelle le système étudié n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur.
La variation de l'énergie interne U d'un gaz, lors d'une transformation d'état, se met sous la forme

$$dU = \delta Q - PdV \qquad \text{(A.1)}$$

où δQ est la quantité de chaleur et $-PdV$ la quantité de travail, échangées par le système. En exprimant dU à l'aide du couple T et V des variables d'état, on obtient :

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \qquad \text{(A.2)}$$

Lorsque la transformation s'effectue à volume constant, alors

$$dU = (\delta Q)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT = C_V dT \qquad \text{(A.3)}$$

où C_V est la capacité calorifique à volume constant.
Introduisons maintenant une nouvelle fonction d'état : l'enthalpie H telle que

$$H = U + PV \qquad \text{(A.4)}$$

alors

$$dH = \delta Q + VdP \qquad \text{(A.5)}$$

et l'on voit que pour une transformation isobare, la quantité de chaleur reçue par un système est égale à la variation de cette nouvelle fonction d'état. En exprimant dH à l'aide du couple T, P des variables d'état, on obtient :

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP = C_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP \qquad \text{(A.6)}$$

où C_P est la capacité calorifique à pression constante. En posant alors

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma$$

et utilisant les différentes relations entre dérivées partielles de fonction implicite établies en cours, on peut montrer que

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right)_Q = \gamma \left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right)_T \qquad \text{(A.7)}$$

La relation (A.7) montre que dans le diagramme de Clapeyron, la pente de l'adiabatique est γ fois plus grande que la pente de l'isotherme.