

# Propagation en ondes centimétriques

## 1 Objectifs

Mesurer la longueur d'onde par un système interférentiel à division d'amplitude.  
Déterminer l'indice de réfraction d'un milieu par interférométrie.  
Déterminer le pas d'un réseau de diffraction.  
Déterminer la taille de fente par l'image de diffraction.

## 2 Dispositif expérimental

### 2.1 Description du dispositif

Un ensemble émetteur composé d'un Klystron et d'un cornet permet de disposer, à la sortie du cornet d'émission, des ondes électromagnétiques planes, polarisées verticalement et dont la fréquence est de l'ordre de 10 GHz ( $\lambda \approx 3\text{cm}$ ). Un cornet de réception (analogue au cornet d'émission) associé à un détecteur à cristal semi-conducteur constitue le système de réception des ondes centimétriques. Ensuite, ces ondes sont guidées vers un détecteur constitué d'un redresseur à cristal semi-conducteur qui convertit la puissance hyperfréquence en tension continue. Enfin, cette tension est amplifiée et appliquée à un appareil de mesure (Oscilloscope, multimètre...). Vous disposez de deux miroirs, une plaque semi-réfléchissante, un réseau, une plaque d'indice de réfraction  $n$ .

### 2.2 Réglages préliminaires

Allumer l'émetteur et attendre deux ou trois minutes pour permettre au Klystron de chauffer et de se stabiliser. Très doucement, ajuster le bouton de réglage de l'émetteur de façon à obtenir une déviation maximale de l'appareil de mesure, positionné face à l'émetteur.

## 3 Mesure de la longueur d'onde par interférométrie à division d'amplitude (Interféromètre de Michelson)

Le but de cette manipulation est de mesurer la longueur d'onde d'un rayonnement électromagnétique par production d'interférences. Bien que généralement utilisé dans le domaine optique (radiation du spectre visible), l'interféromètre sera adapté dans le domaine hertzien.

### 3.1 Description du montage

Il s'agit du montage classique de l'interféromètre de Michelson (voir la figure ci-dessous).

### 3.2 Principe

Une partie du rayonnement issue de E (émetteur) est réfléchi par S (plaque semi-réfléchissante), ensuite par M1 et traverse S avant d'atteindre le récepteur R (chemin 1 de l'interféromètre). De même, une autre partie de ce rayonnement issue de E traverse S, réfléchi par M2 puis par S avant d'arriver au récepteur (chemin 2 de l'interféromètre).

A l'issue du chemin 1, les ondes ont parcouru un trajet  $l_1 = ES + 2d_1 + SR$ , en revanche, pour le chemin 2, ils ont parcouru le trajet  $l_2 = ES + 2d_2 + SR$ . Ainsi, ces ondes vont interférer sur le segment SR, avec une différence de marche  $\delta = l_1 - l_2 = 2(d_1 - d_2)$ . L'intensité résultante

vaut:

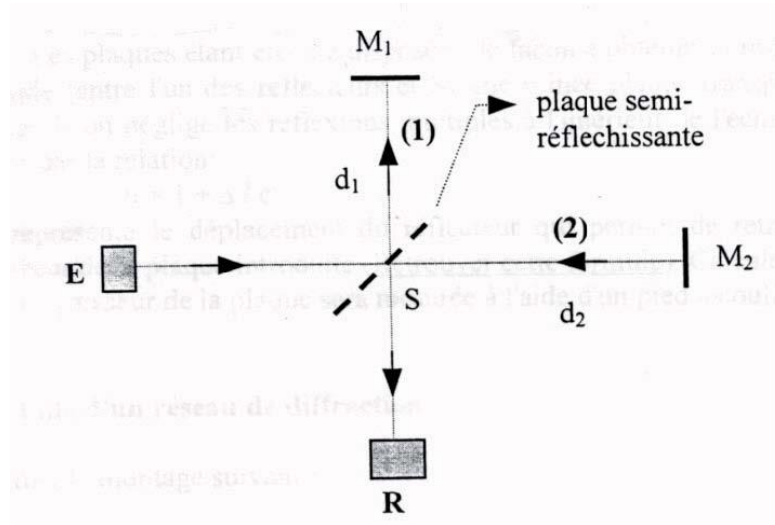


Figure: Interféromètre de Michelson. E: Emetteur; S: Plaque semi-réfléchissante (50%); M<sub>1</sub> et M<sub>2</sub>: Plaques réfléchissantes; R: Récepteur

$$I = 2I_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \right], \quad (1)$$

$I_0$  : Intensité du rayonnement après la traversée ou la réflexion de la plaque semi-réfléchissante,  $\lambda$ : Longueur d'onde du rayonnement. En fixant,  $d_1$  et en variant  $d_2$  jusqu'à obtenir un maximum de l'intensité en R, la différence de marche vaut  $\delta = k\lambda$ . En faisant à nouveau varier  $d_2$  depuis  $d_2^{(1)}$  jusqu'à  $d_2^{(2)}$  correspondant au maximum suivant de l'intensité en R, la différence de marche vaut  $\delta^{(2)} = k^{(2)}\lambda$  avec  $k^{(2)} = k \pm 1$ , d'où

$$\lambda = 2 \left| d_2^{(1)} - d_2^{(2)} \right| = 2 \left| \delta d_2 \right| \quad (2)$$

- 1) Démontrer la relation (2).
- 2) En mesurant le déplacement  $d_2$  pour  $N$  plusieurs maxima successifs, déduire  $\delta d_2^{(i)} = d_2^{(i)} - d_2^{(i+1)}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , puis  $\lambda_i$ ,  $\bar{\lambda}$ ,  $\Delta\lambda$  et  $\sigma_\lambda$  (moyenne, l'erreur et l'écart type de  $\lambda$ ).

## 4 Mesure de l'indice de réfraction

Les plaques étant ensuite disposées de façon à obtenir un maximum, on introduit entre l'un des réflecteurs et la source une mince plaque transparente (pour les ondes centimétriques) dont on veut déterminer l'indice de réfraction. Si on néglige les réflexions multiples à l'intérieur de l'échantillon, la valeur de l'indice est donnée par la relation (à démontrer) :

$$n = 1 + \frac{\delta}{e} \quad (3)$$

$\delta$  représente le déplacement du réflecteur qui permet de retrouver le maximum initial et  $e$  l'épaisseur de la plaque introduite (mesurée à l'aide du pied à coulisse).

- 3) Démontrer la relation (3).
- 4) Déduire  $n$  et  $\Delta n$ .

## 5 Profil de diffraction par une fente.

### 5.1 Rappels théoriques

La figure de diffraction à l'infini obtenu pour une fente fine de largeur  $a$  est représenté dans la figure ci-contre. La répartition de l'énergie lumineuse peut être modélisé par la fonction suivante :

$$I(\theta) = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin(\theta)\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin(\theta)} \right]^2,$$

avec  $I(\theta)$  l'intensité de la lumière diffracté dans la direction  $\theta$ .

Si l'écran est suffisamment éloigné  $\sin(\theta) \approx \theta$  et

$$I(\theta) = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \theta} \right]^2.$$

Cette fonction s'annule pour des valeurs de  $\theta$  multiples de  $\lambda/a$  (voir la figure au-dessus), et est maximale pour  $\theta = 0$

Les minimas ont lieu pour

$$\sin\left(\frac{\pi a \theta}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \theta_k = \frac{\lambda k}{a}, k = 0, 1, \dots$$

Les maxima ont lieu pour

$$\sin\left(\frac{\pi a \theta}{\lambda}\right) = \pm 1 \Rightarrow \theta_k = \frac{\lambda(2k + 1)}{2a}, k = 0, 1, \dots$$

Nous obtenons donc, la valeur d'interfrange angulaire (distance entre les minimas voisins ou les maxima voisin):

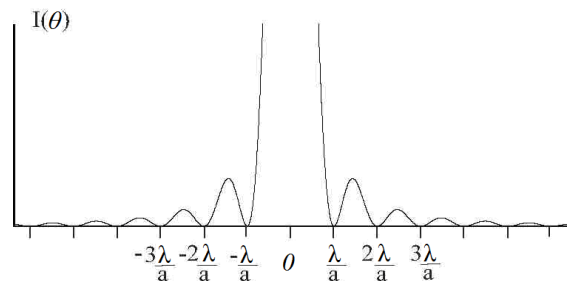
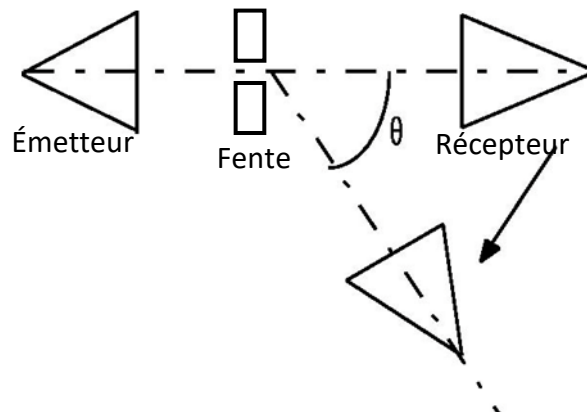
$$\Delta\theta = \lambda/a,$$

ou  $\Delta\theta = \theta_{k+1} - \theta_k$ .

Dans le cas général, quand l'écran n'est pas suffisamment éloigné, on obtienne les positions suivantes pour les maxima consécutifs:

$$\sin(\theta_k) - \sin(\theta_{k+1}) = \frac{\lambda}{a}$$

### 5.2 Détermination de la taille de fente par l'image de diffraction



Reprendre le dispositif précédent. Ôter la plaque semi-réfléchissante.

- 5) Relever l'intensité lue de part et d'autre de la direction d'incidence en effectuant une lecture tous les 5 degrés avec une fente et sans aucun objet diffractant. Tracer les courbes  $I_0 = f(\theta)$  et  $I_0^f = f^f(\theta)$  sur la même figure. Quel type de courbe obtenez-vous ?
- 6) Proposer une méthode pour estimer la largeur de la fente à partir de courbe de diffraction par une fente. Estimer la largeur de la fente. Conclusions.

## 6 Diffraction. Mesure d'un pas d'un réseau de diffraction (supplémentaire, pas obligatoire).

On garde la même plaque semi-réfléchissante comme l'objet diffractant (un réseau).

### 6.1 Rappels théoriques

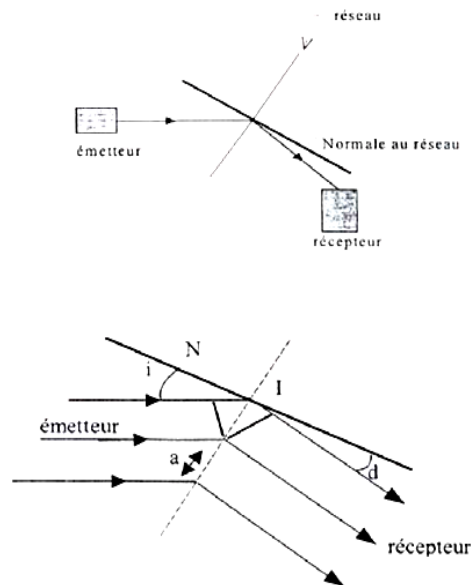
On appelle réseau plan, un système constitué d'un grand nombre de fentes fines, parallèles, de même largeur, équidistantes et situées dans un même plan. On désigne par  $a$  le pas (ou période) du réseau, c'est-à-dire la distance qui sépare le centre de deux fentes. Lorsque le réseau reçoit une onde plane monochromatique, sous une incidence  $i$ , le cornet récepteur reçoit un ensemble d'ondes déphasées les unes par rapport aux autres d'un angle  $\phi = 2\pi\delta/\lambda$  avec  $\delta$  représentant la différence de marche.

N.B. : 
$$\phi = \frac{2\pi a}{\lambda} (\sin(i) + \sin(d)). \quad (4)$$

### 6.2 Application à la mesure du pas d'un réseau

Effectuer le montage ci-contre :

- 7) Déplacer le récepteur dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à obtenir un premier maximum. Lire l'angle d'incidence  $i$  et l'angle de diffraction  $d$ . Recommencer l'expérience pour des angles compris entre 30 et 50° ( $i$  variant par pas de 5°). À quelle différence de marche correspondent ces maxima ?
- 8) Tracer la courbe  $\sin(d)$  en fonction de  $\sin(i)$ . Connaissant la longueur d'onde, en déduire le pas  $a$  du réseau.



## Annexe. Références sur les notions mathématiques utilisées

Moyenne - [http://fr.wikipedia.org/wiki/Moyenne\\_arithm%C3%A9tique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Moyenne_arithm%C3%A9tique)

Ecart type - [http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89cart\\_type](http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89cart_type)

Réseau de diffraction - [https://en.wikipedia.org/wiki/Diffraction\\_grating](https://en.wikipedia.org/wiki/Diffraction_grating)